

LA TRAMPA MALTHUSIANA

ENRIC MARTORELL

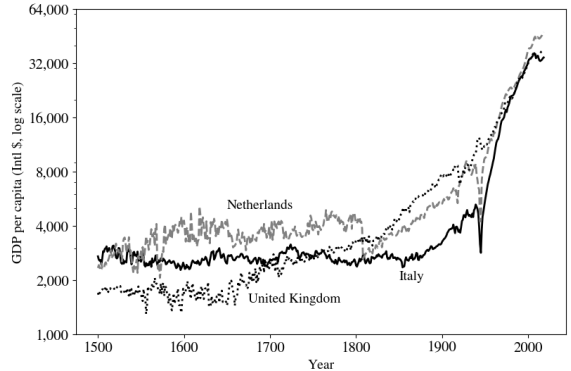
CUNEF

CRECIMIENTO ECONÓMICO

2026

CRECIMIENTO ECONÓMICO PREINDUSTRIAL

- ▶ El crecimiento económico sostenido es un fenómeno reciente
- ▶ Antes de la Revolución Industrial, el crecimiento económico era prácticamente inexistente
- ▶ Economías de subsistencia basadas en la agricultura



TEORÍA DE MALTHUS

- ▶ ¿Cómo racionalizar ese estancamiento económico?
- ▶ Malthus, T. R. (1798). *An essay on the principle of population*.
- ▶ Teoría económica del crecimiento con tres supuestos básicos:
 1. Más trabajadores conlleva mayor producción → Producto marginal del trabajo positivo
 2. Cada trabajador extra aporta cada vez menos → Producto marginal del trabajo decreciente
 3. El grano es el único medio de subsistencia y su disponibilidad afecta al crecimiento de la población
- ▶ Estos supuestos implican que el crecimiento sostenido de PIBpc es imposible

UN MODELO DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA

- ▶ Solo un producto: grano (Y)
- ▶ Dos factores de producción: tierra (X) y trabajo (L)

$$Y_t = B_t X^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (1)$$

- ▶ $B_t > 0$ es la tecnología asociada al uso de la tierra (crece exógenamente)
- ▶ La cantidad de tierra X es fija (constante)
- ▶ $\alpha > 0$ importancia relativa de los factores en la producción (constante)
- ▶ Por comodidad simplificamos $A_t = B_t X^\alpha$

$$Y_t = A_t L_t^{1-\alpha} \quad (2)$$

RENDIMIENTO MARGINAL DEL TRABAJO DECRECIENTE [1]

- Más trabajadores conlleva mayor producción. Matemáticamente:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = A_t(1 - \alpha)L_t^{-\alpha} > 0 \quad (3)$$

La primera derivada nos da el signo del producto marginal del trabajo, el cual es positivo. Esto implica que el producto total crece con el número de trabajadores

- Cada trabajador extra aporta cada vez menos → Producto marginal decreciente del trabajo. Matemáticamente:

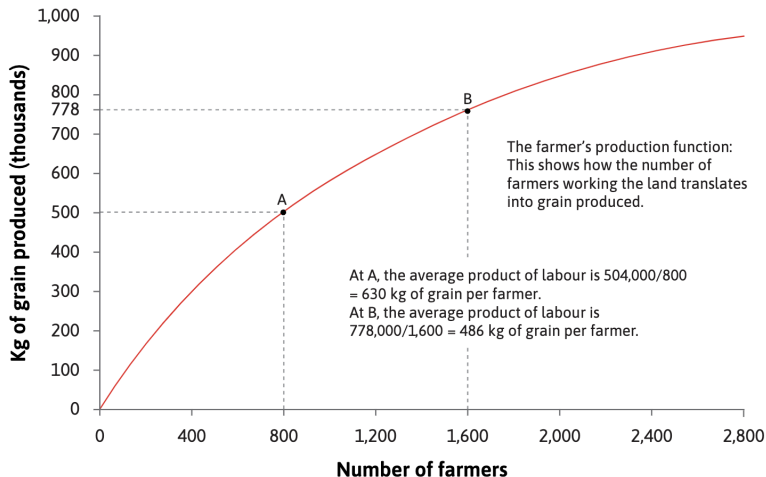
$$\frac{\partial^2 Y_t}{\partial^2 L_t} = A_t(1 - \alpha)(-\alpha)L_t^{-\alpha-1} < 0 \quad (4)$$

RENDIMIENTO MARGINAL DEL TRABAJO DECRECIENTE [2]

La segunda derivada nos dice como evoluciona el producto marginal del trabajo, el cual decrece con el número de trabajadores

PRODUCCIÓN MEDIA POR TRABAJADOR

- Como consecuencia del producto marginal decreciente, la producción es una función cóncava en el número de trabajadores



PRODUCCIÓN MEDIA POR TRABAJADOR Y PIBpc

- ¿Cual es nuestra medida de bienestar en este modelo (PIBpc)?

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = A_t L_t^{-\alpha} \quad (5)$$

En este simple modelo PIBpc = producto medio por trabajador

- ¿Qué le ocurre al bienestar si aumenta la población?

$$\frac{\partial y_t}{\partial L_t} = A_t(-\alpha)L_t^{-\alpha-1} < 0 \quad (6)$$

El PIBpc decrece con el número de trabajadores

¿CÓMO EVOLUCIONA CON LA POBLACIÓN Y LA TECNOLOGÍA? [1]

- ▶ Asumimos que la tecnología no crece $g_A = 0$
- ▶ El supuesto del producto marginal decreciente del trabajo por si solo no puede explicar largos periodos donde PIBpc y población no cambian
- ▶ Supuesto adicional: el crecimiento de la población depende del nivel de bienestar.
- ▶ Matemáticamente:

$$g_L = z(y_t - \underline{c}) \quad (7)$$

dónde $\underline{c}$ es el nivel de ingreso de subsistencia y z marca la respuesta en el crecimiento de la población ante desviaciones en el PIBpc del nivel de subsistencia

¿CÓMO EVOLUCIONA CON LA POBLACIÓN Y LA TECNOLOGÍA? [2]

- Si el PIBpc (y_t) es igual al nivel de subsistencia ($\underline{c}$) $\rightarrow g_L = 0$
- Si el PIBpc está por encima del nivel de subsistencia $\rightarrow g_L > 0$
- Si el PIBpc está por debajo del nivel de subsistencia $\rightarrow g_L < 0$

¿CÓMO EVOLUCIONA EL PIBpc?

- ¿Cuál es la tasa de crecimiento del PIBpc? Depende del crecimiento de cada uno de sus componentes. Probaremos este resultado en la siguiente clase.

$$g_y = g_A - \alpha g_L \quad (8)$$

- El PIBpc crecerá cuando $g_A > \alpha g_L$
- El PIBpc decrecerá cuando $g_A < \alpha g_L$
- El PIBpc se mantendrá igual cuando $g_A = \alpha g_L \rightarrow$ estado estacionario (SS)

ESTADO ESTACIONARIO (LARGO PLAZO) [1]

- ▶ Un estado estacionario se refiere a una situación en la que las variables clave de un sistema permanecen constantes en el tiempo
- ▶ Es un tipo equilibrio en el que no hay cambios en las variables a lo largo del tiempo
- ▶ En el estado estacionario donde el PIBpc se mantiene constante (y^{SS}).
Usando (7) y (8)

$$g_A = \alpha g_L \quad \Leftrightarrow \quad g_A = \alpha z(y^{SS} - \underline{c}) \quad \Rightarrow \quad y^{SS} = \frac{g_A}{\alpha z} + \underline{c} \quad (9)$$

ESTADO ESTACIONARIO (LARGO PLAZO) [2]

- ▶ En el largo plazo el PIBpc:
 - Depende positivamente de la tasa de crecimiento tecnológico (g_A)
 - No depende del nivel de la tecnología (A_t)
 - Si la tecnología no crece ($g_A = 0$), el PIBpc es igual al nivel de subsistencia

ESTADO ESTACIONARIO (LARGO PLAZO) [3]

- ¿Qué ocurre con el nivel de población a largo plazo? La población crece a una tasa

$$g_L = z(y_t - \underline{c}) \quad \Leftrightarrow \quad g_L = z(A_t L_t^{-\alpha} - \underline{c}) \Rightarrow L_t = \left(\frac{A_t}{g_L/z + \underline{c}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (10)$$

- Acabamos de ver que el estado estacionario implica $g_A = \alpha g_L$, por lo tanto

$$L_t = \left(\frac{A_t}{g_A/(\alpha z) + \underline{c}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (11)$$

ESTADO ESTACIONARIO (LARGO PLAZO) [4]

- Sin crecimiento tecnológico $g_A = 0$, el nivel tecnológico es constante $A_t = A$

$$L^{SS} = \left(\frac{A}{\underline{c}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (12)$$

LA TRAMPA MALTHUSIANA: AVANCE TECNOLÓGICO

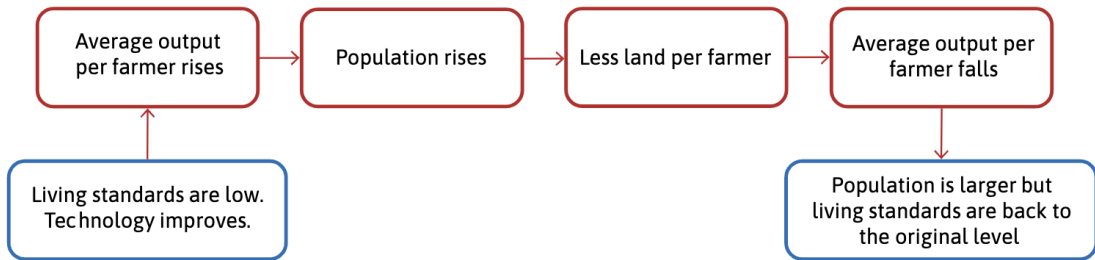
- Aumento del nivel tecnológico $A_1 > A_0$ (**NO del crecimiento tecnológico!**)

$$\frac{\partial y_t}{\partial A_t} = L_t^{-\alpha} > 0 \quad (13)$$

En el corto plazo un aumento del nivel tecnológico aumenta el PIBpc

- Dinámica:
 1. Empezamos en un estado estacionario sin progreso tecnológico $y_{ss} = \underline{c}$
 2. Aumento tecnológico externo $\rightarrow$ aumenta el bienestar (**13**) ($y_t > \underline{c}$)
 3. Aumento del bienestar $\rightarrow$ Aumento de la población (**7**) ($g_L > 0$)
 4. Aumento de la población $\rightarrow$ Reducción del bienestar (**8**) ($g_y < 0$)
 5. Hasta que $y_t = y^{ss} = \underline{c}$ y el sistema se estabiliza

LA TRAMPA MALTHUSIANA



Fuente: CORE

LA TRAMPA MALTHUSIANA: LA DINÁMICA

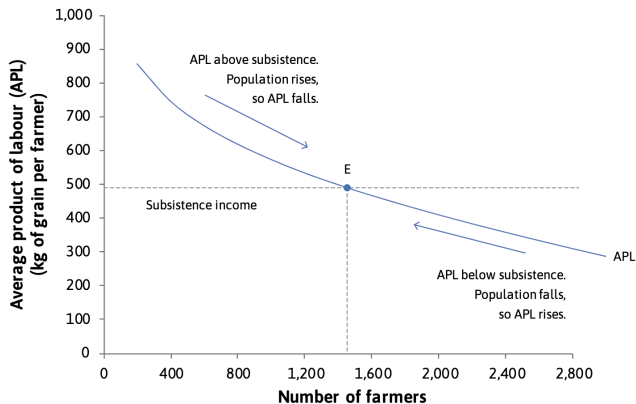
► En este gráfico visualizamos esta dinámica donde:

→ $y^{SS} = \underline{c} \approx 500$

→ $L^{SS} \approx 1400$

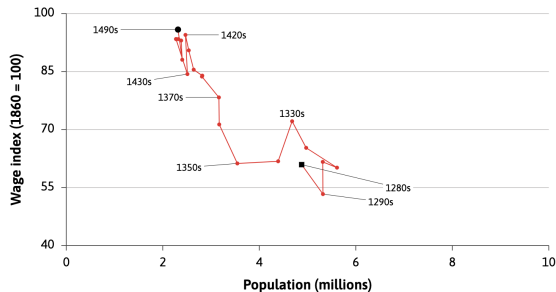
→ El estado estacionario (o equilibrio) E es la combinación (y^{SS}, L^{SS})

► Empezando en E , un incremento tecnológico aumenta el PIBpc temporalmente y nos mueve hacia la izquierda del gráfico. La dinámica nos mueve de nuevo hacia E



EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [1]

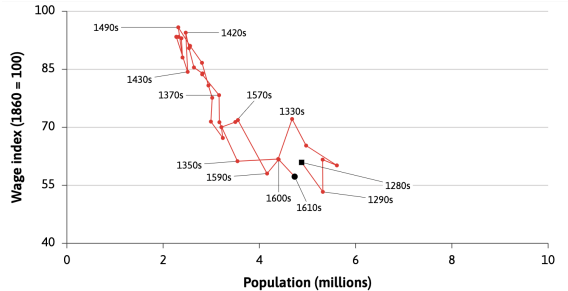
- 1280-1490: La población decreció durante el s.XIV debido a la peste bubónica. Como predice la teoría de Malthus, el bienestar (salario) aumentó.



Fuente: CORE

EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [2]

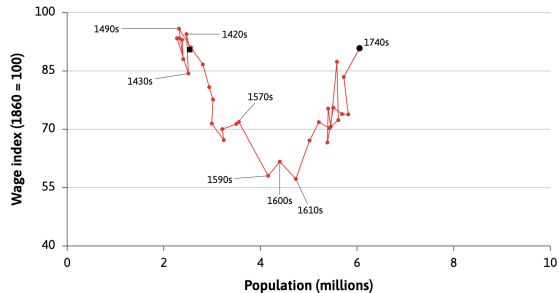
- 1500-1610: El crecimiento del bienestar llevó a un incremento poblacional durante el s.XVI



Fuente: CORE

EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [3]

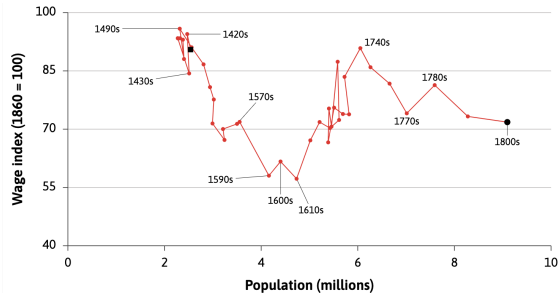
- 1610-1740: La población crece más rápido que el bienestar, y el bienestar vuelve a caer



Fuente: CORE

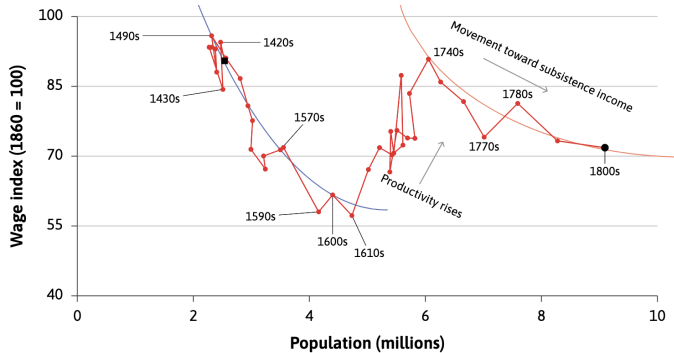
EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [4]

- 1740-1800: La población crece más rápido que el bienestar, y el bienestar vuelve a caer



Fuente: CORE

EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [5]



Fuente: CORE

- Aquí tenéis un ejemplo numérico de cómo este modelo puede replicar esta dinámica usando python

EVIDENCIA DE LA TEORÍA MALTHUSIANA: INGLATERRA 1280-1800 [6]

- ¿Como explicaría el modelo de Malthus que el PIBpc en 1800 esté por encima del de 1200?

$$y^{SS} = \frac{g_A}{\alpha z} + \underline{c} \quad (14)$$

- Asumiendo que 1800 es un nuevo estado estacionario, y dado que cambios en el nivel de tecnología (A) no afectan al nivel de PIBpc en el largo plazo, las opciones son:
 - Aumento en la tasa de crecimiento tecnológico g_A
 - Disminución en z
 - Disminución en α
 - Aumento en $\underline{c}$

CONCLUSIONES DE MALTHUS

Sin embargo, en todas las sociedades, incluso en aquellas que son mas viciosas, la tendencia a un apego virtuoso (es decir, el matrimonio) es tan fuerte, que hay un esfuerzo constante hacia un aumento de la población. Este esfuerzo constante tiende constantemente a someter a las clases bajas de la sociedad a la angustia y a impedir cualquier gran mejora permanente de su condición.

—Thomas R. Malthus (1798)

- ▶ Malthus concluye que las clases bajas están destinadas a permanecer pobres debido a su deseo de tener hijos cuando aumenta su bienestar

CONCLUSIONES DE MALTHUS [1]

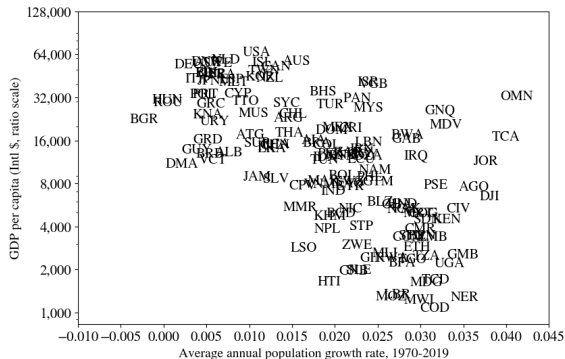
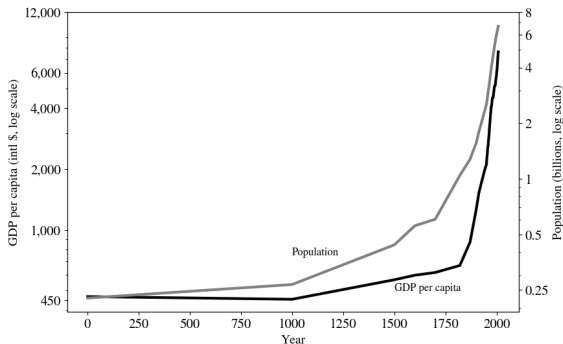
- ▶ ¿Por qué algunos países son ricos y otros pobres?
 - Diferentes tasas de crecimiento de la tecnología
- ▶ ¿Por qué algunos países crecen más rápido que otros?
 - Sin respuesta, tasa de crecimiento del PIBpc depende del crecimiento tecnológico que es exógeno

CONCLUSIONES DE MALTHUS [2]

- ▶ ¿Cuáles son los motores del crecimiento a largo plazo?
 - El crecimiento tecnológico. Si $g_A = 0$, sin crecimiento a largo plazo.
- ▶ ¿Qué políticas pueden implementar los gobiernos para fomentar el crecimiento económico?
 - El control de la natalidad afecta a cómo desviaciones del PIBpc del nivel de subsistencia afectan al crecimiento poblacional (z). Si z disminuye, y^{ss} aumenta.

TEORÍA DE MALTHUS POST-1800

- ▶ Desde 1800 el PIBpc mundial ha aumentado, mientras la población seguía creciendo
- ▶ En la actualidad, todo lo contrario. Bienestar económico se correlaciona negativamente con fertilidad



TEORÍA DE MALTHUS POST-1800 [1]

- ▶ Para pasar del modelo de Malthus a uno que explique el crecimiento económico moderno, debemos romper con alguno de los supuestos clave de su modelo
- ▶ Dos factores de producción: tierra y trabajo
 - En la realidad existen más factores, y a partir de 1800 el capital tiene un rol primordial

TEORÍA DE MALTHUS POST-1800 [2]

- ▶ El factor tierra es fijo y no puede ajustarse endógenamente
 - Fertilizantes, y formas de construcción y estructuración de la tierra más avanzadas, hacen que hoy en día sea un producto menos finito
- ▶ La población crece con el PIBpc hasta acercarse a la tasa natural de natalidad
 - Otros factores determinan como crece la población y no solo la distancia en el nivel de bienestar respecto al nivel de subsistencia

BIBLIOGRAFÍA [1]



Malthus, T. R. (1798).

An essay on the principle of population.