HOJA DE PROBLEMAS 6 — SOLUCIONES

Crecimiento Schumpeteriano: Innovación y Destrucción Creativa

Crecimiento Económico
CUNEF

1 Escalera de calidad y tasa de crecimiento

$g_A \approx \phi \ln(\gamma)$.
Valores: $\phi = 0.05$, $\gamma = 1.10$, $\alpha = 1/3$.

(a) Justificación intuitiva.

Solución:

En tiempo continuo, en cada sector la calidad q se mantiene constante hasta que ocurre una innovación, momento en el cual salta a $\gamma\, q$. La probabilidad de un salto en un intervalo Δt es $\phi\,\Delta t$. Por tanto, el cambio esperado en logaritmos en ese intervalo es:

$$\mathbb{E}[\Delta \ln q] = \phi\,\Delta t \cdot \ln(\gamma) + (1 - \phi\,\Delta t) \cdot 0 = \phi\,\Delta t\ \ln(\gamma)$$

Dividiendo por Δt y tomando el límite:

$$\boxed{g_A = \frac{d \ln q}{dt} = \phi\ \ln(\gamma)}$$

Por qué $\ln(\gamma)$ y no γ: Las tasas de crecimiento son cambios logarítmicos. Un salto multiplicativo de γ se traduce en un cambio logarítmico de $\ln(\gamma)$.

Interpretación de los parámetros:

- ϕ = *frecuencia* de innovación (cuántas veces al año se produce un salto en cada sector).
- γ = *magnitud* del salto de calidad (cuán grande es cada mejora).

El crecimiento agregado es el producto frecuencia $\times$ magnitud (en logs).

(b) Cálculo numérico.

Solución:

$$
\begin{aligned}
g_A &= \phi \ln(\gamma) = 0.05 \times \ln(1.10) \\
&= 0.05 \times 0.0953 \\
&\approx 0.00477
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{g_A \approx 0.48\% \text{ anual}}
$$

(c) Comparación de políticas.

Solución:

Política I: $\phi = 0.10$, $\gamma = 1.10$.

$$
g_A^I = 0.10 \times \ln(1.10) = 0.10 \times 0.0953 \approx 0.95\%
$$

Política II: $\phi = 0.05$, $\gamma = 1.22$.

$$
g_A^{II} = 0.05 \times \ln(1.22) = 0.05 \times 0.1989 \approx 0.99\%
$$

Ambas políticas alcanzan aproximadamente $g_A \approx 1\%$, pero con patrones de destrucción creativa muy diferentes:

- En la Política I, ϕ se duplica: *el doble* de empresas son desplazadas cada año. Más rotación, más entrada y salida.
- En la Política II, ϕ es el mismo, pero cada salto es más grande: misma rotación de firmas, pero cada innovación es más disruptiva tecnológicamente.

Política I implica mucha más destrucción creativa (medida por la tasa de rotación de empresas). En la práctica esto requiere mercados laborales y de capital más flexibles, y una sociedad capaz de absorber la rotación constante de líderes industriales.

(d) Comparación con Romer.

Solución:

Romer: $g_A^{BGP} = \dfrac{\lambda}{1 - \phi_R} g_L$.

- Determinante clave: la *tasa de crecimiento poblacional* g_L.
- Implica un *efecto de escala*: países más grandes tienen más investigadores y, en BGP, mayores niveles de tecnología (aunque la *tasa* de crecimiento depende sólo de g_L).
- El crecimiento es *horizontal*: nuevas variedades se añaden sin reemplazar a las existentes.

Aghion–Howitt: $g_A \approx \phi \ln(\gamma)$.

- Determinantes: la *frecuencia* (ϕ) y la *magnitud* (γ) de la innovación. Estos a su vez son endógenos al nivel de I+D, salarios y rentas monopolísticas.
- No hay efecto de escala directo: J está fijo. La tasa de crecimiento depende de la *intensidad* con que se mejora cada producto, no del número de productos.
- El crecimiento es *vertical*: las nuevas innovaciones reemplazan a las anteriores (destrucción creativa).

Implicación clave: Las dos visiones no son excluyentes; son complementarias. El crecimiento económico real combina expansión de variedades *y* mejoras de calidad.

2 Valor del monopolio: permanente vs. temporal

$V_{\text{Romer}} = \pi/(r - g_\pi)$, $V_{AH} = \pi/(r + \phi - g_\pi)$.
Valores: $\pi = 10$, $r = 0.10$, $g_\pi = 0.04$, $\phi = 0.05$.

(a) Aparición de $+\phi$ como descuento adicional.

Solución:

En Romer, el monopolio es permanente: el flujo π se descuenta a la tasa efectiva $r - g_\pi$. En Aghion–Howitt, en cambio, con probabilidad ϕ por unidad de tiempo aparece un innovador que desplaza al incumbente y hace caer su valor a cero.

Esa pérdida esperada se incorpora directamente al descuento: una empresa con riesgo de ser desplazada valora menos un flujo futuro de beneficios, exactamente igual que si la tasa de interés fuese más alta. Por eso ϕ entra sumando en el denominador,

$$V_{AH} = \frac{\pi}{r + \phi - g_\pi},$$

actuando como un *descuento adicional* sobre el valor del monopolio.

(b) Valores numéricos.

Solución:

$$\begin{aligned} V_{\text{Romer}} &= \frac{10}{0.10 - 0.04} = \frac{10}{0.06} \approx \boxed{166.67} \\ V_{AH} &= \frac{10}{0.10 + 0.05 - 0.04} = \frac{10}{0.11} \approx \boxed{90.91} \end{aligned}$$

(c) Pérdida porcentual.

Solución:

$$\text{Pérdida} = \frac{V_{\text{Romer}} - V_{AH}}{V_{\text{Romer}}} = \frac{166.67 - 90.91}{166.67} = \frac{75.76}{166.67}$$

$$\boxed{\text{Pérdida} \approx 45.5\%}$$

La destrucción creativa hace que el monopolio en Aghion–Howitt valga sólo *algo más de la mitad* de lo que valdría si fuese permanente.

(d) Doble papel de ϕ.

Solución:

El parámetro ϕ tiene dos efectos opuestos sobre el crecimiento:

Efecto positivo (mecánico): Mayor ϕ implica mayor frecuencia de innovaciones agregadas, y por tanto mayor $g_A = \phi \ln(\gamma)$.

Efecto negativo (incentivos): Mayor ϕ *reduce* el valor V_{AH} del monopolio. Como las empresas potenciales entrantes deciden hacer I+D comparando coste w con beneficio esperado $z\,V_{AH}$, una caída de V_{AH} *desincentiva* la entrada.

Equilibrio: En equilibrio, ϕ es endógeno: las empresas entran hasta que la condición de entrada libre $w = z\,V_{AH}$ se cumple. Más entrantes elevan ϕ *ex post*, lo que reduce V_{AH} *ex post*; el sistema se estabiliza cuando ambas fuerzas se equilibran. Es la clave de la lógica schumpeteriana: la destrucción creativa es *auto-limitada*.

Esto da pie a la *relación U-invertida* entre competencia y crecimiento de Aghion et al. (2005): muy poca o demasiada ϕ matan los incentivos; existe un nivel intermedio óptimo.

3 Decisión de I+D y entrada libre

$w = z \cdot V_{AH}$, con $V_{AH} = \pi/(r + \phi - g_\pi)$.
Valores: $z = 0.5$, $\pi = 10$, $w = 20$, $r = 0.10$, $g_\pi = 0.04$, $\gamma = 1.10$.

(a) Resolución para ϕ^*.

Solución:

Sustituyendo V_{AH} en la condición de entrada libre:

$$w = z \cdot \frac{\pi}{r + \phi - g_\pi}$$

Despejando:

$$w(r + \phi - g_\pi) = z\,\pi$$

$$r + \phi - g_\pi = \frac{z\,\pi}{w}$$

$$\boxed{\phi^* = \frac{z\,\pi}{w} - (r - g_\pi)}$$

Signo de cada término:

- z (productividad de los investigadores): $\uparrow z \Rightarrow \uparrow \phi^*$. Más productividad $\rightarrow$ más entrada.
- π (rentas monopolísticas): $\uparrow \pi \Rightarrow \uparrow \phi^*$. Mercados más rentables atraen más I+D.
- w (salario investigadores): $\uparrow w \Rightarrow \downarrow \phi^*$. Más caro innovar $\rightarrow$ menos innovación.
- r (descuento): $\uparrow r \Rightarrow \downarrow \phi^*$. Menos paciencia $\rightarrow$ menos inversión en proyectos largos.
- g_π (crecimiento de los beneficios): $\uparrow g_\pi \Rightarrow \uparrow \phi^*$. Beneficios crecientes elevan el valor presente.

(b) Cálculo numérico.

Solución:

$$\begin{aligned} \phi^* &= \frac{z\,\pi}{w} - (r - g_\pi) = \frac{0.5 \times 10}{20} - (0.10 - 0.04) \\ &= 0.25 - 0.06 = \boxed{0.19} \end{aligned}$$

Tasa de crecimiento agregada:

$$\begin{aligned} g_A &= \phi^* \ln(\gamma) = 0.19 \times \ln(1.10) \\ &= 0.19 \times 0.0953 \approx 0.0181 \end{aligned}$$

$$\boxed{g_A \approx 1.81\% \text{ anual}}$$

(c) Subsidio a la I+D.

Solución:

Con $w_{\text{efectivo}} = 0.75 \times 20 = 15$:

$$\begin{aligned} \phi^*_{\text{sub}} &= \frac{0.5 \times 10}{15} - 0.06 = \frac{5}{15} - 0.06 = 0.333 - 0.06 = \boxed{0.273} \\ g_A^{\text{sub}} &= 0.273 \times \ln(1.10) = 0.273 \times 0.0953 \approx \boxed{2.60\%} \end{aligned}$$

Comparación:

Régimen	ϕ^*	g_A
Sin subsidio	0.190	1.81%
Con subsidio del 25%	0.273	2.60%

Aumento relativo del crecimiento: $(2.60 - 1.81)/1.81 \approx \boxed{+44\%}$.

(d) Trade-off de la política de subsidio.

Solución:

Costes a considerar:

- Coste fiscal: El subsidio se financia con impuestos, que distorsionan otros márgenes (oferta de trabajo, ahorro). El bienestar neto depende de cuán distorsionantes sean los impuestos disponibles.
- Erosión del valor del monopolio: Más ϕ reduce V_{AH}. El equilibrio interno del modelo ya recoge este efecto (la condición de entrada libre lo internaliza), pero a nivel de bienestar significa que los *rentistas* (incumbentes) salen perdiendo: hay redistribución de incumbentes a entrantes.
- Externalidades: En el modelo hay tres externalidades clásicas:
  (a) Externalidad de conocimiento $(+)$: innovar hoy facilita innovar mañana $\to$ I+D socialmente sub-óptimo, justifica subsidio.
  (b) Robo de mercado $(-)$: el entrante captura rentas que ya estaban siendo generadas por el incumbente $\to$ I+D socialmente excesivo, justifica gravar.
  (c) Apropiabilidad $(+/-)$: el innovador no captura todo el excedente del consumidor $\to$ I+D socialmente sub-óptimo.

Conclusión: Si la externalidad de conocimiento domina (caso típico en sectores muy abiertos como semiconductores o biotecnología), el subsidio mejora el bienestar. Si domina el robo de mercado (sectores maduros con poca creación neta), el subsidio puede empeorarlo. La política óptima es *específica del sector*, no uniforme.

4 Dinamismo empresarial: lectura de datos

$S(t) = e^{-\phi t}$.
Valores: $\gamma = 1.5$, $\alpha = 1/3$.

(a) Tasa de destrucción anual de EE.UU.

Solución:

De $S(70) = 0.12$:

$$e^{-70\,\phi} = 0.12 \quad \Longrightarrow \quad 70\,\phi = -\ln(0.12) = 2.120$$

$$\boxed{\phi_{US} = \frac{2.120}{70} \approx 0.0303 = 3.03\% \text{ anual}}$$

Es decir, alrededor de un 3% de las firmas líderes son desplazadas cada año (incluyendo fusiones, quiebras y caídas de cuota de mercado).

(b) Crecimiento agregado de EE.UU.

Solución:

$$
\begin{aligned}
g_A^{US} &= \phi_{US} \cdot \ln(\gamma) = 0.0303 \times \ln(1.5) \\
&= 0.0303 \times 0.4055 \\
&\approx \boxed{1.23\% \text{ anual}}
\end{aligned}
$$

Esta cifra es plausiblemente comparable al crecimiento histórico de la productividad total de los factores en EE.UU. en el periodo (1%–1.5% anual).

(c) Comparación con Europa.

Solución:

De $S_{EU}(70) = 0.30$:

$$\phi_{EU} = \frac{-\ln(0.30)}{70} = \frac{1.204}{70} \approx \boxed{0.0172 = 1.72\% \text{ anual}}$$

Crecimiento agregado:

$$g_A^{EU} = 0.0172 \times 0.4055 \approx \boxed{0.70\% \text{ anual}}$$

Brecha de crecimiento explicada:

$$g_A^{US} - g_A^{EU} \approx 1.23\% - 0.70\% = \boxed{0.53 \text{ p.p. anuales}}$$

Acumulado en 70 años: $(1.0123)^{70}/(1.0070)^{70} \approx 2.36/1.63 \approx 1.45$, es decir, EE.UU. acumularía un nivel de productividad un 45% mayor que Europa *exclusivamente* por este canal de menor dinamismo empresarial. Esto puede explicar una porción importante de la brecha transatlántica de PIB per cápita observada en las últimas décadas.

(d) Relación U-invertida y posición de Europa.

Solución:

Mecanismo de la U-invertida (Aghion et al., 2005):

- Poca competencia (lado izquierdo de la U): Los incumbentes están protegidos (regulación, barreras de entrada, patentes muy largas, etc.). No tienen presión competitiva para innovar; los entrantes potenciales se enfrentan a barreras altísimas y no entran. Innovación baja.
- Mucha competencia (lado derecho de la U): Los entrantes potenciales saben que, aunque innoven, los beneficios futuros serán bajos porque alguien más vendrá pronto a desplazarlos (rentas pequeñas, V_{AH} pequeño). No invierten. Innovación también baja.

- Punto óptimo (vértice): Nivel intermedio de competencia / destrucción creativa donde rentas son lo bastante altas para incentivar la entrada y lo bastante presionadas para forzar a innovar.

Posición de Europa: El dato de menor dinamismo (sólo el 30% de las firmas son desplazadas en 70 años, frente al 88% en EE.UU.) sugiere que Europa se encuentra en el lado izquierdo de la U (*exceso de protección al incumbente*). Causas habitualmente citadas: regulación laboral más rígida (más caro despedir), mercado de capital riesgo poco desarrollado, costes de quiebra elevados, concesiones públicas largas a operadores históricos, normas regulatorias que actúan como barrera de entrada.

Implicación de política: Las reformas pro-crecimiento en Europa deberían ir dirigidas a *aumentar* la rotación empresarial (desbloqueo de mercado laboral, financiación a entrantes, simplificación regulatoria), no a aumentar la protección al consumidor por la vía precio-baja a corto plazo.

5 Verdadero o Falso

(a) Mayor ϕ siempre aumenta el valor del monopolio.

Solución:

FALSO. El valor del monopolio en Aghion–Howitt es $V_{AH} = \pi/(r + \phi - g_\pi)$. El parámetro ϕ aparece en el *denominador* con signo positivo, lo que significa que mayor probabilidad de ser desplazado *reduce* el valor presente (la probabilidad de obsolescencia funciona como un descuento adicional). Numéricamente, en el ejercicio 2 vimos que pasar de $\phi = 0$ (Romer puro) a $\phi = 0.05$ reduce V de 166.67 a 90.91, es decir un 45%. La afirmación inversa es cierta: mayor ϕ *reduce* el valor del monopolio.

(b) Protección de patentes infinita maximiza el crecimiento.

Solución:

FALSO. Es el resultado clave de Aghion et al. (2005): la relación entre competencia (o, equivalentemente, ϕ) e innovación tiene forma de U invertida. Una protección absoluta al incumbente ($\phi \to 0$) elimina la presión competitiva: el incumbente no necesita innovar para mantener su posición y los entrantes potenciales no pueden desplazarlo aunque innoven. Resultado: $g_A = \phi \ln(\gamma) \to 0$. La política óptima es un nivel *intermedio* de protección (patentes con duración finita, equilibrando incentivos a innovar y presión competitiva). Una patente infinita está en el lado izquierdo de la U-invertida y por tanto *minimiza*, no maximiza, el crecimiento.

(c) Romer expande J con q fijo; Aghion–Howitt fija J y eleva q.

Solución:

VERDADERO. Es exactamente la diferencia metodológica que define a los dos paradigmas de innovación endógena:

- Romer (innovación horizontal): $\dot{A}_t > 0$ se traduce en *nuevas variedades* que se añaden a las existentes. La calidad de cada variedad es fija; lo que crece es el número de bienes intermedios disponibles. Las variedades coexisten.
- Aghion–Howitt (innovación vertical): El número de sectores J está fijo. Lo que crece es la *calidad* q_j del bien producido en cada sector, en saltos discretos de magnitud γ. La nueva versión *reemplaza* a la anterior (destrucción creativa).

Ambos modelos generan crecimiento endógeno, pero con implicaciones empíricas distintas (rotación empresarial, intensidad de patentes, perfil de la difusión, etc.).