HOJA DE PROBLEMAS 5

Capital Humano y Difusión Tecnológica

Crecimiento Económico
CUNEF

1 Función de producción con capital humano

A diferencia del modelo de Solow, en el modelo de Lucas la productividad de los trabajadores depende de su capital humano h, que se acumula mediante la educación. La función de producción agregada toma la forma:

$$Y_t = K_t^{\alpha}\,(A_t\,h_t\,L_t)^{1-\alpha}$$

donde h_t es el capital humano por trabajador. Siguiendo la tradición Mincer, suponemos:

$$h_t = e^{\mu E_t}$$

donde E_t son los años de educación promedio y μ mide el rendimiento de un año adicional de educación.

Valores numéricos: $\mu = 0.10$, $\alpha = 1/3$.

(a) Interpreta económicamente el parámetro μ. ¿Por qué se elige una especificación exponencial $h = e^{\mu E}$ y no lineal $h = 1 + \mu E$? ¿Qué evidencia empírica respalda el valor $\mu \approx 0.10$?

(b) Calcula el capital humano h para tres niveles de educación: $E = 4$ (educación primaria), $E = 10$ (secundaria), y $E = 16$ (universitaria). Interpreta el valor relativo respecto a un trabajador con $E = 0$.

(c) Considera dos países con idénticos K, A y L, pero distintos niveles de educación: País A con $E_A = 4$ y País B con $E_B = 12$. Calcula la ratio Y_A/Y_B y comenta cuánta de la diferencia de PIB se explica por capital humano.

(d) Si los trabajadores con $E = 4$ años de educación ganan un salario de 1 unidad, ¿cuánto deberían ganar los trabajadores con $E = 10$ y $E = 16$? Comenta la consistencia del modelo con la evidencia salarial.

2 Contabilidad del desarrollo (Hall–Jones)

Hall y Jones (1999) propusieron descomponer las diferencias de PIB per cápita entre países usando el modelo con capital humano. Partiendo de $Y = K^{\alpha}(A\,h\,L)^{1-\alpha}$, dividiendo por N (población) y reagrupando se obtiene:

$$\frac{y_i}{y_{US}} = \left[\frac{(K/Y)_i}{(K/Y)_{US}}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot \frac{A_i}{A_{US}} \cdot \frac{h_i}{h_{US}} \cdot \frac{(L/N)_i}{(L/N)_{US}}$$

donde $y \equiv Y/N$ es el PIB per cápita.

Considera los siguientes datos estilizados ($\alpha = 1/3$):

País	K/Y	A (rel. EE.UU.)	h (rel. EE.UU.)	L/N
EE.UU.	3.0	1.00	1.00	0.50
País rezagado	2.0	0.50	0.70	0.45

(a) Partiendo de la función de producción $Y = K^\alpha (AhL)^{1-\alpha}$, demuestra que el PIB per cápita puede escribirse como:

$$y = \left(\frac{K}{Y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A\, h\, \frac{L}{N}$$

(b) Calcula la ratio $y_{\text{rezagado}}/y_{US}$ usando la descomposición y los datos de la tabla.

(c) Calcula la contribución relativa (en términos logarítmicos) de cada uno de los cuatro componentes a la brecha. ¿Cuál explica la mayor parte de la diferencia entre los dos países?

(d) Interpreta el resultado en términos de política. Si solo pudieras intervenir en uno de los cuatro componentes, ¿cuál priorizarías y por qué?

3 Difusión tecnológica

A diferencia de Romer (donde las ideas se *crean*), en el modelo de difusión las ideas se *adoptan* desde la frontera tecnológica. Sea A_t el stock de conocimiento en la frontera y D_t el stock en un país seguidor. La acumulación de conocimiento del seguidor es:

$$\dot{D}_t = \psi\, h\, A_t^\gamma\, D_t^{1-\gamma} \qquad \Longrightarrow \qquad g_D = \psi\, h \left(\frac{A_t}{D_t}\right)^\gamma$$

con $0 < \gamma < 1$ y $\psi > 0$.

Valores numéricos: $\psi = 0.005$, $h = 2$, $\gamma = 0.5$, $g_A = 0.02$ (tasa de crecimiento exógena de la frontera).

(a) Interpreta económicamente la expresión $g_D = \psi\, h\, (A/D)^\gamma$. ¿Por qué cuanto mayor es la brecha (A/D), más rápido crece D? ¿Qué papel juega h?

(b) Demuestra que en la senda de crecimiento equilibrado (donde A/D es constante), el gap de estado estacionario es:

$$\left(\frac{A}{D}\right)^{ss} = \left(\frac{g_A}{\psi\, h}\right)^{1/\gamma}$$

(c) Calcula numéricamente $(A/D)^{ss}$ con los valores dados. ¿Qué fracción del nivel de la frontera alcanza el seguidor en el largo plazo?

(d) Supón que el país seguidor mejora su sistema educativo y h pasa de 2 a 4. Calcula el nuevo $(A/D)^{ss}$ e interpreta el resultado: ¿se cierra completamente la brecha? ¿qué pasaría con h tal que $(A/D)^{ss} = 1$?

4 Comercio e importación de variedades

Una manera alternativa (y complementaria) en que un país adopta tecnología extranjera es a través del comercio internacional, importando bienes intermedios producidos en la frontera. Si el país produce D_t variedades domésticas e importa M_t variedades adicionales, la función de producción se convierte en:

$$Y_t = K_t^{\alpha} \, (D_t \, h_t \, L_t)^{1-\alpha} \left(1 + \frac{M_t}{D_t}\right)^{1-\alpha}$$

Valores numéricos: $\alpha = 1/3$.

(a) Interpreta económicamente el factor $(1 + M_t/D_t)^{1-\alpha}$. ¿Por qué importar variedades extranjeras eleva la productividad medida del país, aun sin innovar localmente?

(b) Considera un país inicialmente en autarquía ($M/D = 0$) que se abre al comercio y alcanza $M/D = 0.5$. Calcula el aumento porcentual del PIB asociado a la apertura, manteniendo K, D, h, L constantes.

(c) Repite el cálculo para una apertura mayor: $M/D = 1$ (importa tantas variedades como las que produce). ¿Hay rendimientos decrecientes a la apertura?

(d) Compara este mecanismo con el de Romer: ¿en qué se parecen y en qué se diferencian la apertura comercial (importar variedades) y la I+D doméstica (crear variedades) como motores de crecimiento?

5 Verdadero o Falso

Indica si cada afirmación es Verdadera o Falsa y justifica brevemente tu respuesta apoyándote en el modelo de difusión y la contabilidad del desarrollo. Una respuesta sin justificación no recibe puntuación.

(a) Si un país seguidor mejora permanentemente su capital humano h, su tasa de crecimiento del PIB per cápita en la senda de crecimiento equilibrado aumentará permanentemente.

(b) Según la contabilidad del desarrollo de Hall y Jones (1999), la mayor parte de las diferencias de PIB per cápita entre países desarrollados y países en desarrollo se explican por diferencias en la ratio capital-producto K/Y.

(c) Importar bienes intermedios producidos en la frontera tecnológica eleva la productividad medida (A) del país receptor sin necesidad de que éste invierta en I+D doméstica.